

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Министерство образования Оренбургской области
Управление образования администрации города Оренбург
МОАУ «СОШ № 23»**

**Документ подписан
Электронной подписью**

Сертификат: 00E99988E399A8B00AA7C0915D7A8E7831
Владелец: Булгакова Татьяна Евгеньевна
Действителен: с 16.08.2024 по 09.11.2025

РАССМОТРЕНО
на заседании
методического
объединения учителей

Федорова Н.М.

Протокол №1
от «28» августа 2024 г.

СОГЛАСОВАНО
Заместитель директора по
УВР

Кузнецова И. В.

«28» августа 2024 г.

УТВЕРЖДЕНО
Директор МОАУ «СОШ
№23»

Булгакова Т. Е.

Приказ №92
от «29» августа 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

(ID 4361433)

**учебного курса
«Задачи как математические модели реальных ситуаций»**

для обучающихся 7-9 классов

г. Оренбург 2024

Пояснительная записка.

Данная программа элективного курса объемом 102 часа адресована учащимся 7–9 классов. В школьном курсе алгебры тренировка в решении задач формируется на протяжении всего обучения в школе. Однако реальные оценки качества подготовки выпускников показывают, что число практико-ориентированных задач по математике крайне мало и выполнение практически любой текстовой задачи не превышает 40 процентов. Основное и серьезное расслоение школьников по отношению к текстовым задачам происходит именно в 7–9 классах. Трудность этой темы состоит в том, что алгебраический метод решения задач определяется в самых общих чертах и в каждой конкретной задаче требуется осмыслить именно этот метод. При этом учащиеся должны хорошо знать зависимости между различными величинами. При подборе задач соблюдается принцип постоянного нарастания трудности. В процессе изучения данного курса имеется возможность рассмотреть много различных вопросов из истории развития математики, что вызывает интерес учащихся. Большинство задач предлагаемых на занятиях имеют практическую направленность. Многие задачи не просты в решении, но содержание курса позволяет ученику любого уровня активно включиться в учебно-познавательный процесс и максимально проявить себя. При решении задач следует учить учащихся наблюдать, пользоваться аналогией, индукцией, сравнениями, делать соответствующие выводы. Решение задач прививает навыки логического рассуждения, эвристического мышления, вырабатывает исследовательские навыки. Особое внимание обращается на решение задач с помощью уравнений. Система изучения способов решения поможет научиться решать задачи, позволит учащимся выявить и оценить свои способности к математике, определить наиболее интересующие их вопросы, что поможет им в дальнейшем при выборе профиля обучения.

Цели: формирование у всех учащихся базовой математической подготовки, составляющей функциональную основу основного общего образования. Достижение перечисленных целей предполагает решение следующих задач:

-систематизировать знания и умения, необходимые для применения в практической деятельности, а также для продолжения образования, проверяемые в ходе проведения ОГЭ;

-формировать устойчивые навыки в решении задач базового уровня, обеспечить целенаправленную подготовку учеников к итоговым испытаниям;

-совершенствовать умение выполнять задания на заданную тему, отработка вычислительных навыков; -проводить систематическую коррекционную работу с учащимися с низким уровнем способностей к усвоению учебного материала;

-рассмотреть основные типы задач, входящих во вторую часть КИМов ОГЭ для учащихся, желающих подготовиться более тщательно, имеющих достаточно знаний для усвоения более трудного материала по алгебре и геометрии.

На занятиях по математике учащиеся учатся ясно мыслить и четко высказывать мысли, работать по различным алгоритмам, использовать математический язык для краткой и лаконичной записи рассуждений, творческому мышлению, умению применять теоретические знания по математике в различных жизненных ситуациях. В процессе изучения курса формируется логическое и алгоритмическое мышление, а также такие качества мышления, как сила и гибкость, конструктивность и критичность. Для адаптации в современном информационном обществе важным фактором является формирование математического стиля мышления, включающего в себя индукцию и дедукцию, обобщение и конкретизацию, анализ и синтез, классификацию и систематизацию, абстрагирование и аналогию. Обучение математике даёт возможность школьникам научиться планировать свою деятельность, критически оценивать её, принимать самостоятельные решения, отстаивать свои взгляды и убеждения. В процессе изучения курса школьники учатся излагать свои мысли ясно и исчерпывающе, приобретают навыки чёткого и грамотного выполнения математических записей, при этом использование математического языка позволяет развивать у учащихся грамотную устную и письменную речь.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ КУРСА

7 класс

Текстовые задачи.

Числовые выражения, порядок действий в них, использование скобок. Буквенные выражения. Числовое значение буквенного выражения. Уравнение с одной переменной, корень уравнения. Решение уравнений в целых числах. Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков. Чтение графиков движения и применение их для решения текстовых задач. Чтение таблицы данных задачи и ее значение

для составления математической модели. Решение текстовых задач арифметическим способом. Решение текстовых задач алгебраическим способом.

Задачи на проценты.

Проценты. Нахождение процента от числа. Решение задач на нахождение части числа и числа по части. Задачи на дроби, на пропорции. Задачи на процентное вычисление в жизненных ситуациях

Задачи на процентное отношение.

Примеры решения задач на процентное отношение. Задачи на смеси и сплавы:

Основные понятия, необходимые для решения задач: массовая(объемная) концентрация вещества, процентное содержание вещества. Решение задач, связанные с определением массовой (объемной)концентрацией вещества. Решение задач, связанных с определением процентного содержания вещества. Решение сложных задач на смеси и сплавы. Задачи о вкладах и займах.

Задачи на совместную работу.

Примеры решения задач на совместную работу. Задачи на «бассейн», наполняемый разными трубами одновременно. Задачи на планирование. Задачи на прохождение производительности труда. Определение объема выполненной работы. Нахождение времени, затраченного на выполнение объема работы.

Задачи на движение.

Задачи на “одновременное” движение. Задачи на движение в одном направлении. Задачи на движение в разных направлениях. Задачи на движение по воде (по течению и против течения). Решение всех типов задач на движение. Чтение графиков движения.

Геометрические задачи.

Задачи на решение треугольников. Задачи на нахождение углов треугольника. Задачи на нахождение углов, при параллельных прямых. Задачи на окружности и на многоугольник.

Комбинаторные задачи.

События и вероятности. Решение комбинаторных задач.

8 класс

Задачи на движение.

Виды движений по суше :встречное, одном направлении, в противоположном направлении, вдогонку. Связь трех компонентов задачи (скорость, время, расстояние) при каждом движении. Виды движений по реке: по течению, против течения, в стоячей воде. Виды движений по окружности: одновременное, вдогонку, в противоположном направлении, из одной и разных точек на окружности.

Задачи на зависимость между компонентами арифметических действий.

Выделение взаимосвязей данных и искомым величин в задаче. Название компонентов и результатов арифметических действий.

Задачи на смеси. Растворы, сплавы

Составлением математической модели для решения химических задач. Переход от процентного содержания к абсолютному содержанию чистого вещества и обратно Задачи на последовательное выпаривание и высушивание.

Задачи на последовательное повышение и понижение цены

Задачи о вкладах и займах. Задачи на последовательное повышение и понижение цены

Задачи на сложные проценты

Проценты. Задачи на проценты. Банковские задачи. Основная формула процентов. Средний процент изменения величины. Общий процент изменения величины. Нахождение процента от числа. Решение задач на нахождение части числа и числа по части. Решение текстовых задач по теме «Процентные вычисления в жизненных ситуациях».

Задачи на производительность труда

Задачи на работу и производительность. Переход от знания производительности труда к фактическому объёму выполненной работы и наоборот. Нахождение времени, затраченного на выполнение объема работы. Задачи на «бассейн», наполняемый разными трубами одновременно или последовательно.

Задачи геометрические.

Задачи на применение свойств и признаков параллелограмма, трапеции, прямоугольника, ромба, квадрата. Задачи на применение теоремы Пифагора. Задачи на применение основных тригонометрических тождеств. Задачи на нахождение углов в окружности; применять при решении задач на вычисление и доказательство: теоремы о вписанном угле, следствия из этой теоремы, теоремы о свойстве касательной к окружности, о свойстве отрезков касательных, проведенных из одной точки, о свойстве отрезков пересекающихся хорд

9 класс

Текстовые задачи и техника их применение

понятие текстовой задачи и ее виды;

- этапы решения текстовой задачи;
- арифметический и алгебраический способы решения текстовой задачи;
- наглядные образы как средство решения математических задач;
- оформление решения текстовых задач;
- рисунки, схемы, таблицы, чертежи при решении задач.

Задачи на движение.

- движения навстречу друг другу;
- движение в противоположных направлениях из одной точки;
- движение в одном направлении;
- движение по реке (движение по течению и против течения);
- движение по кольцевым дорогам;
- относительность движения;
- чтение графиков движения;
- графический способ решения задач на движение.

Задачи на работу.

- алгоритм решения задач на работу;
- вычисление неизвестного времени работы;
- путь, пройденный движущимися телами, рассматривается как совместная работа;
- задачи на бассейн, заполняемый одновременно разными трубами;
- задачи, в которых требуется определить объем выполняемой работы;
- задачи, в которых требуется найти производительность труда;
- задачи, в которых требуется определить время, затраченное на выполнение;
- предусмотренного объема работы;
- система задач, подводящих к составной задаче.

Задачи на проценты.

- типы задач на проценты;
- процентные вычисления в жизненных ситуациях (распродажа, тарифы, штрафы, банковские операции, голосования).

Задачи на смеси и сплавы.

- основные допущения при решении задач на смеси и сплавы;
- задачи, связанные с понятием «концентрация», «процентное содержание», «переливание»;
- способы решения задач на смеси и сплавы (арифметический, алгебраический, с помощью линейных уравнений и систем линейных уравнений);
- объёмная концентрация;
- процентное содержание.

Задачи на прогрессии.

- особенности выбора переменных и методика решения задач на прогрессии;
- решение задач на формулы общего члена и суммы первых n членов арифметической и геометрической прогрессии.

Задачи с геометрическим содержанием.

- вычисление периметров, площадей фигур в жизненных ситуациях;
- практическая работа на местности;
- решение геометрических задач алгебраическим способом.

Решение текстовых задач, предлагаемых в ходе ОГЭ и ЕГЭ .

Личностные, метапредметные и предметные результаты освоения математики в 7 – 9 классах.

Стандарт устанавливает требования к результатам освоения обучающимися основной образовательной программы основного общего образования:

личностным, включающим готовность и способность обучающихся к саморазвитию и личностному самоопределению, сформированность их мотивации к обучению и целенаправленной познавательной деятельности, системы значимых социальных и межличностных отношений, ценностно-смысловых установок, отражающих личностные и гражданские позиции в деятельности, социальные компетенции, правосознание, способность ставить цели и строить жизненные планы, способность к осознанию российской идентичности в поликультурном социуме;

метапредметным, включающим освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные), способность их использования в учебной, познавательной и социальной практике, самостоятельность планирования и осуществления учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, построение индивидуальной образовательной траектории;

Межпредметные понятия.

Условием формирования межпредметных понятий, таких как «система», «факт», «закономерность», «феномен», «анализ», «синтез», «функция», «материал», «процесс», является овладение обучающимися основами читательской компетенции, приобретение навыков работы с информацией, участие в проектной деятельности. В ходе изучения всех учебных предметов обучающиеся приобретут опыт проектной деятельности, способствующей воспитанию самостоятельности, инициативности, ответственности, повышению мотивации и эффективности учебной деятельности. В процессе реализации исходного замысла на практическом уровне овладеют умением выбирать адекватные задаче средства, принимать решения, в том числе в ситуациях неопределенности. Они получают возможность развить способности к разработке нескольких вариантов решений, к поиску нестандартных решений, анализу результатов поиска и выбору наиболее приемлемого решения.

предметным, включающим освоенные обучающимися в ходе изучения учебного предмета умения специфические для данной предметной области, виды деятельности по получению нового знания в рамках учебного предмета, его преобразованию и применению в учебных, учебно-проектных и социально-проектных ситуациях, формирование научного типа мышления, научных представлений о ключевых теориях, типах и видах отношений, владение научной терминологией, ключевыми понятиями, методами и приемами.

Изучение элективного курса **позволяет достичь следующих результатов**

в личностном направлении:

- 1) умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры;
- 2) критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;
- 3) представление о математической науке как сфере человеческой деятельности, об этапах ее развития, о ее значимости для развития цивилизации;
- 4) креативность мышления, инициатива, находчивость, активность при решении математических задач;
- 5) умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;
- 6) способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;

в метапредметном направлении:

- 1) первоначальные представления об идеях и о методах математики как об универсальном языке науки и техники, о средстве моделирования явлений и процессов;
- 2) умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни;
- 3) умение находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математических проблем, и представлять ее в понятной форме; принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации;
- 4) умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки;
- 6) умение применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач;
- 7) понимание сущности алгоритмических предписаний и умение действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;
- 8) умение самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;
- 9) умение планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера.

в предметном направлении:

- 1) умение работать с математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением

математической терминологии и символики, использовать различные языки математики, проводить классификации, логические обоснования, доказательства математических утверждений;

2) овладение геометрическим языком, умение использовать его для описания предметов окружающего мира; развитие пространственных представлений и изобразительных умений, приобретение навыков геометрических построений;

3) усвоение систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, а также на наглядном уровне – о простейших пространственных телах, умение применять систематические знания о них для решения геометрических и практических задач;

4) умение измерять длины отрезков, величины углов, использовать формулы для нахождения периметров, площадей и объемов геометрических фигур;

5) умение применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием при необходимости справочных материалов, калькулятора, компьютера.

Выпускник научится в 7 – 9 классе (для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом уровне)

Элементы теории множеств и математической логики

- Оперировать на базовом уровне понятиями: множество, элемент множества, подмножество, принадлежность;

- задавать множества перечислением их элементов;
- находить пересечение, объединение, подмножество в простейших ситуациях;
- оперировать на базовом уровне понятиями: определение, аксиома, теорема, доказательство;
- приводить примеры и контрпримеры для подтверждения своих высказываний

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать графическое представление множеств для описания реальных процессов при решении задач других учебных предметов

Числа

- Оперировать на базовом уровне понятиями: натуральное число, целое число, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанная дробь;

- использовать свойства чисел и правила действий при выполнении вычислений;
- использовать признаки делимости на 2, 5, 3, 9, 10 при выполнении вычислений и решении несложных задач;
- выполнять округление чисел в соответствии с правилами;
- сравнивать числа.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- оценивать результаты вычислений при решении практических задач;
- выполнять сравнение чисел в реальных ситуациях;
- составлять числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов

Тождественные преобразования

- Выполнять несложные преобразования для вычисления значений числовых выражений, содержащих степени с натуральным показателем;

- выполнять несложные преобразования целых выражений: раскрывать скобки, приводить подобные слагаемые;
- использовать формулы сокращенного умножения (квадрат суммы, квадрат разности, разность квадратов) для упрощения вычислений значений выражений.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- понимать смысл записи числа в стандартном виде;
- оперировать на базовом уровне понятием «стандартная запись числа»

Уравнения и неравенства

- Оперировать на базовом уровне понятиями: равенство, числовое равенство, уравнение, корень уравнения, решение уравнения;

- проверять справедливость числовых равенств;
- решать системы несложных линейных уравнений;
- проверять, является ли данное число решением уравнения;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять и решать линейные уравнения при решении задач, возникающих в других учебных предметах

Функции

- находить значение функции по заданному значению аргумента;
- находить значение аргумента по заданному значению функции в несложных ситуациях;
- определять положение точки по её координатам, координаты точки по её положению на координатной плоскости;
- строить график линейной функции;
- проверять, является ли данный график графиком заданной функции (линейной);
- определять приближённые значения координат точки пересечения графиков функций.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать свойства линейной функции и ее график при решении задач из других учебных предметов

Статистика и теория вероятностей.

- Иметь представление о статистических характеристиках, вероятности случайного события, комбинаторных задачах;
- решать простейшие комбинаторные задачи методом прямого и организованного перебора;
- представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков;
- читать информацию, представленную в виде таблицы, диаграммы, графика;
- определять основные статистические характеристики числовых наборов;
- оценивать вероятность события в простейших случаях;
- иметь представление о роли закона больших чисел в массовых явлениях.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- оценивать количество возможных вариантов методом перебора;
- иметь представление о роли практически достоверных и маловероятных событий;
- сравнивать основные статистические характеристики, полученные в процессе решения прикладной задачи, изучения реального явления;
- оценивать вероятность реальных событий и явлений в несложных ситуациях

Текстовые задачи

- Решать несложные сюжетные задачи разных типов на все арифметические действия;
- строить модель условия задачи (в виде таблицы, схемы, рисунка или уравнения), в которой даны значения двух из трёх взаимосвязанных величин, с целью поиска решения задачи;
- осуществлять способ поиска решения задачи, в котором рассуждение строится от условия к требованию или от требования к условию;
- составлять план решения задачи;
- выделять этапы решения задачи;
- интерпретировать вычислительные результаты в задаче, исследовать полученное решение задачи;
- знать различие скоростей объекта в стоячей воде, против течения и по течению реки;
- решать задачи на нахождение части числа и числа по его части;
- решать задачи разных типов (на работу, на покупки, на движение), связывающих три величины, выделять эти величины и отношения между ними;
- находить процент от числа, число по проценту от него, находить процентное снижение или процентное повышение величины;
- решать несложные логические задачи методом рассуждений.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выдвигать гипотезы о возможных предельных значениях искомого в задаче величин (делать прикидку)

Геометрические фигуры

- Оперировать на базовом уровне понятиями геометрических фигур;
- извлекать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах в явном виде;
- применять для решения задач геометрические факты, если условия их применения заданы в явной форме;
- решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать свойства геометрических фигур для решения типовых задач, возникающих в ситуациях повседневной жизни, задач практического содержания

Измерения и вычисления

- Выполнять измерение длин, расстояний, величин углов, с помощью инструментов для измерений длин и углов;
- применять формулы периметра, площади и объёма, площади поверхности отдельных многогранников при вычислениях, когда все данные имеются в условии;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- вычислять расстояния на местности в стандартных ситуациях, площади в простейших случаях, применять формулы в простейших ситуациях в повседневной жизни

История математики

- Описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки;
- знать примеры математических открытий и их авторов, в связи с отечественной и всемирной историей;
- понимать роль математики в развитии России

Методы математики

- Выбирать подходящий изученный метод для решения изученных типов математических задач;
- Приводить примеры математических закономерностей в окружающей действительности и произведениях искусства.

Тематическое планирование**7 класс**

№ п/п	Тема	Количество часов
Название раздела		
1	Текстовые задачи	5
2	Задачи на проценты	6
3	Задачи на процентное отношение	5
4	Задачи на работу	5
5	Задачи на движение	5
6	Геометрические задачи	5
	Итоговая контрольная работа (промежуточная аттестация).	1
7	Комбинаторные задачи	2
	итого	34

8 класс

№ п/п	Тема	Количество часов
Название раздела		
1	Задачи на движение по суше	2
2	Задачи на движение по реке.	3
3	Задачи на движение по окружности.	3
4	Задачи на зависимость между компонентами арифметических действий.	3
5	Задачи на смеси, растворы, сплавы.	4

6	Задачи на последовательное повышение и понижение цены	4
7	Задачи на сложные проценты.	5
8	Задачи на производительность труда.	5
	Итоговая контрольная работа (промежуточная аттестация).	1
9	Задачи геометрические	4
	итого	34

9 класс

№ п/п	Содержание материала	Кол-во часов
1	Текстовые задачи и техника их применение.	2
2	Задачи на движение.	5
3	Задачи на работу и производительность труда.	7
4	Задачи на проценты.	4
5	Задачи на смеси и сплавы.	6
6	Задачи на прогрессии.	2
7	Задачи с геометрическим содержанием.	3
8	Решение текстовых задач, предлагаемых в ходе ОГЭ и ЕГЭ	4

Календарно-тематическое планирование

7 класс

№ п/п	Тема	Количество часов	Дата	Корректировка даты
	Текстовые задачи	5		
1	Числовые выражения, порядок действий в них, использование скобок.	1		
2	Буквенные выражения. Числовое значение буквенного выражения.	1		
3	Уравнение с одной переменной, корень уравнения. Решение уравнений в целых числах.	1		
4	Стартовая контрольная работа. Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков. Чтение графиков движения и применение их для решения текстовых задач.	1		
5	Решение текстовых задач арифметическим способом. Решение текстовых задач алгебраическим способом.	1		
	Задачи на проценты	6		
6	Проценты. Нахождение процента от числа.	1		
7	Проценты. Нахождение процента от числа.	1		
8	Решение задач на нахождение части числа и числа по части.	1		
9	Решение задач на нахождение части числа и числа по части.	1		
10	Задачи на процентное вычисление в жизненных ситуациях	1		
11	Задачи на процентное вычисление в жизненных ситуациях	1		
	Задачи на процентное отношение	5		
12	Основные понятия, необходимые для решения задач: массовая (объемная) концентрация вещества, процентное содержание вещества.	1		
13	Решение задач, связанные с определением массовой (объемной) концентрацией вещества.	1		
14	Решение задач, связанных с определением процентного содержания вещества	1		
15	Решение сложных задач на смеси и сплавы.	1		
16	Задачи о вкладах и займах.	1		
	Задачи на работу	5		
17	Примеры решения задач на совместную работу.	1		

18	Задачи на «бассейн», наполняемый разными трубами одновременно.	1		
19	Задачи нахождение производительности труда.	1		
20	Определение объема выполненной работы.	1		
21	Нахождение времени, затраченного на выполнение объема работы.	1		
	Задачи на движение	5		
22	Задачи на «одновременное» движение. Задачи на движение в одном направлении.	1		
23	Задачи на движение в разных направлениях.	1		
24	Задачи на движение по воде (по течению и против течения).	1		
25	Решение всех типов задач на движение.	1		
26	Чтение графиков движения.	1		
	Геометрические задачи	5		
27	Задачи на решение треугольников	1		
28	Задачи на нахождение углов треугольника	1		
29	Задачи на нахождение углов, при параллельных прямых	1		
30	Задачи на окружности	1		
31	Задачи на многоугольник	1		
	Комбинаторные задачи	3		
32	События и вероятности	1		
33	Промежуточная аттестация: итоговая контрольная работа	1		
34	Решение комбинаторных задач	1		

Календарно-тематическое планирование 8 класс

№ п/п	Тема	Количество часов	Дата	Корректировка даты
	Задачи на движение по суше	2		
1	Виды движения по суше: встречное, в одном направлении, в противоположном направлении, вдогонку.	1		
2	Связь трех компонентов задачи (скорость, время, расстояние) при каждом виде движения.	1		
	Задачи на движение по реке.	3		
3	Виды движения по воде: по течению.	1		
4	Входная контрольная работа. Виды движения по воде: по течению, против течения.	1		
5	Виды движения по воде: по течению, против течения, в стоячей воде.	1		
	Задачи на движение по окружности.	3		
6	Виды движения по окружности: одновременное, вдогонку.	1		
7	Виды движения по окружности: в противоположном направлении, из одной и разных точек на окружности.	1		
8	Виды движения по окружности: одновременное, вдогонку, в противоположном направлении, из одной и разных точек на окружности.	1		
	Задачи на зависимость между компонентами арифметических действий.	3		
9	Выделение взаимосвязей данных и искомым величин в задаче.	1		
10	Выделение взаимосвязей данных и искомым величин в задаче.	1		
11	Название компонентов и результатов арифметических действий.	1		

	Задачи на смеси, растворы, сплавы.	4		
12	Составлением математической модели для решения химических задач.	1		
13	Переход от процентного содержания к абсолютному содержанию чистого вещества и обратно.	1		
14	Задачи на последовательное выпаривание и высушивание.	1		
15	Задачи на последовательное выпаривание и высушивание.	1		
	Задачи на последовательное повышение и понижение цены	4		
16	Задачи на последовательное повышение и понижение цены	1		
17	Задачи на последовательное повышение и понижение цены	1		
18	Задачи на последовательное повышение и понижение цены	1		
19	Задачи на последовательное повышение и понижение цены	1		
	Задачи на сложные проценты.	5		
20	Проценты. Нахождение процента от числа.	1		
21	Решение задач на нахождение части числа и числа по части.	1		
22	Решение задач на нахождение части числа и числа по части.	1		
23	Решение текстовых задач по теме «Процентные вычисления в жизненных ситуациях».	1		
24	Решение текстовых задач по теме «Процентные вычисления в жизненных ситуациях».	1		
	Задачи на производительность труда.	5		
25	Переход от знания производительности труда к фактическому объёму выполненной работы и наоборот.	1		
26	Переход от знания производительности труда к фактическому объёму выполненной работы и наоборот.	1		
27	Нахождение времени, затраченного на выполнение объема работы.	1		
28	Нахождение времени, затраченного на выполнение объема работы.	1		
29	Задачи на «бассейн», наполняемый разными трубами одновременно или последовательно.	1		
	Задачи геометрические	4		
30	Задачи на применение свойств и признаков параллелограмма, трапеции, прямоугольника, ромба, квадрата.	1		
31	Задачи на применение теоремы Пифагора.	1		
32	Задачи на применение основных тригонометрических тождеств.	1		
33	Промежуточная аттестация: итоговая контрольная работа	1		
34	Задачи на нахождение углов в окружности; применять при решении задач на вычисление и доказательство: теоремы о вписанном угле, следствия из этой теоремы, теоремы о свойстве касательной к окружности, о свойстве отрезков касательных, проведенных из одной точки, о свойстве отрезков пересекающихся хорд	1		

9 класс

№ п/п	Содержание материала урока (разделы, темы)	Кол-во часов	Дата
Текстовые задачи и техника их применения. 2 ч			
1	Понятие текстовой задачи и ее виды. Этапы решения текстовой задачи. Арифметический и алгебраический способы решения текстовой задачи.	1	
2	Оформление решения текстовых задач; рисунки, схемы, таблицы, чертежи при решении задач.	1	
II. Задачи на движение. 5 ч			
3	Решение задач на движения навстречу друг другу.	1	
4	Входная контрольная работа. Решение задач на движение в противоположных направлениях из одной точки.	1	
5	Решение задач на движение в одном направлении.	1	
6	Решение задач на движение по реке (движение по течению и против течения).	1	
7	Чтение графиков движения. Графический способ решения задач на движение.	1	

III. Задачи на работу. 7 ч			
8	Алгоритм решения задач на работу. Вычисление неизвестного времени работ.	1	
9	Решение задач на путь, пройденный движущимися телами, рассматривается как совместная работа.	1	
10	Решение задач на бассейн, заполняемый одновременно разными трубами.	1	
11	Решение задач, в которых требуется определить объём выполняемой работы.	1	
12	Решение задач, в которых требуется найти производительность труда.	1	
13	Решение задач, в которых требуется определить время, затраченное на выполнение предусмотренного объёма работы.	1	
14	Решение систем задач, подводящих к составной задаче.	1	
IV. Задачи на проценты. 4 ч			
15	Решение типовых задач на проценты.	1	
16	Процентные вычисления в жизненных ситуациях (распродажа, тарифы, штрафы).	1	
17	Процентные вычисления в жизненных ситуациях (банковские операции, голосования).	1	
18	Процентные вычисления в жизненных ситуациях (банковский процент, ипотека).	1	
V. Задачи на смеси и сплавы. 6 ч			
19	Основные допущения при решении задач на смеси и сплавы.	1	
20	Решение задач, связанные с понятием «концентрация», «процентное содержание» (формулы) смеси и сплава.	1	
21	Способы решения задач на смеси и сплавы (арифметический, алгебраический, с помощью линейных уравнений и систем линейных уравнений).	1	
22	Решение задач на объёмную концентрацию смеси (сплава).	1	
23	Решение задач на переливание.	1	
24	Решение задач на процентное содержание смеси (сплава).	1	
VI. Задачи на прогрессии. 2 ч			
25	Особенности выбора переменных и методика решения задач на прогрессии.	1	
26	Решение задач на формулы общего члена и суммы первых n -членов арифметической и геометрической прогрессии.	1	
VII. Задачи с геометрическим содержанием. 3 ч			
27	Вычисление элементов, периметров, площадей фигур в жизненных ситуациях.	1	
28	Практическая работа на местности.	1	
29	Решение геометрических задач алгебраическим способом.	1	
VIII. Решение текстовых задач, предлагаемых в ходе ГИА. 5 ч			
30	Промежуточная аттестация: итоговая контрольная работа	1	
31	Решение текстовых задач из второй части теста ОГЭ по алгебре	1	
32	Решение текстовых задач из второй части теста ОГЭ по геометрии	1	
33	Решение текстовых задач из теста ОГЭ	1	
34	Решение текстовых задач из теста ОГЭ	1	

Методические материалы

Формы организации учебных занятий, основных видов учебной деятельности; Для обеспечения качества образовательного процесса планируется использовать следующие методы обучения: Словесные метод: изложение материала учителем (рассказ, объяснение), беседа, работа с книгой (учебники и учебные пособия, справочная и другая литература). Наглядные методы: демонстрация наглядных пособий (схем, таблиц, рисунков, чертежей), демонстрация учебных фильмов. Практические методы: практические работы учащихся, работа с раздаточным материалом, упражнения. По характеру познавательной деятельности учащихся по усвоению знаний и умений планируется применять: объяснительно-иллюстративный (информационно-рецептивный), репродуктивный, проблемный, частично-поисковый (или эвристический), исследовательский. При выборе методов обучения учитываются цели и задачи урока, содержание учебного материала, характер изложения его в учебнике, возрастные особенности учащихся, особенности состава класса (уровень подготовки и др.).

Основные формы и методы работы: 1. Лекции (Сообщение теоретического материала) 2. Решение олимпиадных задач 3. Решение исследовательских задач 4. Решение расчётно-экспериментальных задач 5. Работа в группах 6. Работа в парах 6. Индивидуальная работа.

Учебно-методическое обеспечение

Для учителя:

1. Галицкий, М.Л. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов: уч. пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики / М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич – М.: Просвещение, 1999. – 271 с.
2. А.В. Фарков. Математические олимпиадные работы. 5-11 классы. – СПб.: Питер, 2010.
3. Козина, М.Е. Сборник элективных курсов / М.Е. Козина – Волгоград: Учитель, 2007. – 137с.
4. Крамов, В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа / В.С. Крамор – М. Просвещение, 1990. – 416 с.
5. Кузнецова, Л.В. Сборник заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 кл. / В. Кузнецова, С.Б. Суворова и др. М.: Просвещение, 2006 – 192с.
6. Симонов, А.С. Сложные проценты. / Математика в школе. – 1998. - № 5.
7. Совайленко, В.Е. Сборник развивающих задач. / В.К.Совайленко Ростов – на – Дону: Легион, 2005. 256с.
8. Шарыгин, И.Ф. Факультативный курс по математике. Решение задач. / И.Ф. Шарыгин – М. Просвещение, 1989. – 252 с.
9. Шевкин, А.В. Текстовые задачи. – М. Просвещение 1997. – 112с.
10. Журналы «Математика в школе» №4/2000 №9/2000, №8/2003, №5/2003, №8/2002, №5/2002.
11. Математика: интеллектуальные марафоны, турниры, бои: 5- 11 классы: книга для учителя/ А. Д. Блинков и др., общ. Ред. И. Л. Соловейчик. – М.: Первое сентября, 2003. – 256 с.
12. Талызина Н.Ф.Формирование общих приёмов решения арифметических задач//Формирование приёмов математического мышления - М.: ТОО «Вентана --Граф», 1995

Система оценки планируемых результатов

Учитель оценивает знания и умения учащихся с учетом их индивидуальных особенностей.

1. Содержание и объем материала, подлежащего проверке, определяется программой.
2. Основными формами проверки знаний и умений учащихся по математике являются письменная контрольная работа и устный опрос.
3. Среди погрешностей выделяются ошибки и недочеты.
4. Задания для устного и письменного опроса учащихся состоят из теоретических вопросов и задач.
5. Оценка ответа учащегося при устном и письменном опросе проводится по пятибалльной системе, т.е. за ответ выставляется одна из отметок: 2 (неудовлетворительно), 3 (удовлетворительно), 4 (хорошо), 5 (отлично).
6. Учитель может повысить отметку за оригинальный ответ на вопрос или оригинальное решение задачи, которые свидетельствуют о высоком математическом развитии учащегося, за решение более сложной задачи или ответ на более сложный вопрос, предложенные учащемуся дополнительно после выполнения им заданий.

Оценка устных ответов учащихся

Ответ оценивается отметкой «5», если ученик:

- полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой и учебником;
- изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя математическую терминологию и символику;
- правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу;
- показал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации при выполнении практического задания;
- продемонстрировал усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость используемых при ответе умений и навыков;
- отвечал самостоятельно без наводящих вопросов учителя.

Возможны одна-две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые ученик легко исправил по замечанию учителя.

Ответ оценивается отметкой «4», если он удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:

- в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие математическое содержание ответа;
- допущены один-два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию учителя;

• допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные по замечанию учителя.

Отметка «3» ставится в следующих случаях:

• неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программного материала;

• имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов учителя;

• ученик не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме;

• при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.

Отметка «2» ставится в следующих случаях:

• не раскрыто основное содержание учебного материала;

• обнаружено незнание или непонимание учеником большей или наиболее важной части учебного материала;

• допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов учителя.

• ученик обнаружил полное незнание и непонимание изучаемого учебного материала или не смог ответить ни на один из поставленных вопросов по изучаемому материалу.

Оценка письменных работ учащихся

Отметка «5» ставится, если:

• работа выполнена полностью;

• в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;

• в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Отметка «4» ставится, если:

• работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);

• допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Отметка «3» ставится, если:

• допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если

• допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере

Итоговая контрольная работа (промежуточная аттестация).

7 класс Время выполнения работы – 1 урок.

Система оценивания работы: 1 часть (задача №1-3) – 1 балл

2 часть - задача № 4 – 2 балла, задача №5– 3 балла.

Максимальное число баллов – 8 баллов

Оценивание работы: оценка «5» - 7-8 баллов

оценка «4» - 5-6 баллов

оценка «3» - 3-4 баллов

оценка «2» - менее 4 баллов

Кодификатор

Код раздела	Код контролируемого элемента	Элементы содержания, проверяемые заданиями КИМом
1		Базовый уровень
	1	<i>Основные задачи на проценты</i>
	2	Задача на отношение величин

	3	Геометрическая задача
2		Повышенный уровень
	4	Комбинаторная задача
	5	Задача на движение.

1 вариант

- Ежемесячная плата за телефон составляет 280 рублей в месяц. Сколько рублей составит ежемесячная плата за телефон, если она вырастет на 5%?
- В праздничном наборе число шоколадных конфет и карамелей относится как 3:5. Сколько шоколадных конфет в наборе, если всего в нем 48 конфет?
- В равнобедренном треугольнике ABC с основанием BC проведена медиана AM . Найдите медиану AM , если периметр треугольника ABC равен 40 см, а периметр треугольника ABM равен 32 см.
- У мамы есть один апельсин, одна груша, одно яблоко и один банан. Она хочет раздать их четверым детям так, чтобы каждому достался какой-нибудь фрукт. Сколько имеется вариантов это сделать?
- Расстояние между городами А и В равно 750 км. Из города А в город В со скоростью 50 км/ч выехал первый автомобиль, а через три часа после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 70 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города А автомобили встретятся?

2 вариант

- Стоимость проезда в пригородном электропоезде составляет 198 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей стоит проезд группы из 4 взрослых и 12 школьников?
- Для варки варенья на 2 части ягод берут 3 части сахара. Сколько сахара надо взять на 10 кг ягод?
- В равнобедренном треугольнике ABC с основанием BC проведена медиана AM . Найдите медиану AM , если периметр треугольника ABC равен 56 см, а периметр треугольника ABM равен 42 см.
- Четыре лектора должны прочитать по одной лекции. Сколько имеется вариантов составления расписания?
- Расстояние между городами А и В равно 490 км. Из города А в город В со скоростью 55 км/ч выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 90 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города А автомобили встретятся?

3 вариант

- Сберегательный банк начисляет на срочный вклад 20% годовых. Вкладчик положил на счет 800 р. Какая сумма будет на этом счете через год, если никаких операций со счетом проводиться не будет?
- При ремонте изделий из жести применяют сплав, содержащий 2 части свинца и 5 частей олова. Сколько граммов свинца и олова в отдельности содержится в 350 г сплава?
- Два внешних угла треугольника при разных вершинах равны. Периметр треугольника равен 78 см, а одна из сторон равна 18 см. Найдите две другие стороны треугольника.
- В расписании 7 класса на четверг должно быть 6 предметов: русский язык, литература, алгебра, география, физика, физкультура. Сколькими способами можно составить расписание на этот день?
- Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправились два велосипедиста. Проехав некоторую часть пути, первый велосипедист сделал остановку на 30 минут, а затем продолжил движение до встречи со вторым велосипедистом. Расстояние между городами составляет 144 км, скорость первого велосипедиста равна 24 км/ч, скорость второго — 28 км/ч. Определите расстояние от города, из которого выехал второй велосипедист, до места встречи.

4 вариант

- Товар на распродаже уценили на 20%, при этом он стал стоить 680 р. Сколько стоил товар до распродажи?
- В праздничном наборе число шоколадных конфет и карамелей относится как 3:5. Сколько всего конфет в наборе, если шоколадных конфет в нем 18?
- Два внешних угла треугольника при разных вершинах равны. Периметр треугольника равен 86 см, а одна из сторон равна 20 см. Найдите две другие стороны треугольника.

4. У Атоса, Портоса и Арамиса на всех имеется одна шпага, один кинжал и один пистолет. Сколько у них способов распределить оружие так, чтобы все были вооружены?

5. Расстояние между пунктами А и В равно 135 км. Из пункта А в пункт В выехал легковой автомобиль. Одновременно с ним из пункта В в пункт А выехал грузовой автомобиль, скорость которого на 15 км/ч меньше скорости легкового. Через час после начала движения они встретились. Через сколько минут после встречи грузовой автомобиль прибыл в пункт А?

Итоговая контрольная работа (промежуточная аттестация).

8 класс Время выполнения работы – 1 урок.

Система оценивания работы: 1 часть (задача №1-3) – 1 балл

2 часть - задача № 4 – 2 балла, задача №5– 3 балла.

Максимальное число баллов – 8 баллов

Оценивание работы: оценка «5» - 7-8 баллов

оценка «4» - 5-6 баллов

оценка «3» - 3-4 баллов

оценка «2» - менее 4 баллов

Кодификатор

Код раздела	Код контролируемого элемента	Элементы содержания, проверяемые заданиями КИМом
1		Базовый уровень
	1	Основные задачи на проценты
	2	Повышение и понижение цены
2	3	Задачи на концентрацию
		Повышенный уровень
	4	Задача на производительность труда
	5	Задача на движение

Вариант1

1. В магазине вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 15 % от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 3000 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

2. Товар стоимостью 250 рублей уценён на 10%. Определите новую стоимость товара.

3. Смешали некоторое количество 15–процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19–процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

4. Два хлопкоуборочных комбайна могут собрать хлопок с поля на 9 дней скорее, чем один первый комбайн, и на 4 дня скорее, чем один второй. За сколько дней каждый комбайн может собрать весь хлопок?

5. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 19 км, вышел пешеход. Через полчаса навстречу ему из пункта В вышел турист и встретил пешехода в 9 км от В. Турист шёл со скоростью, на 1 км/ч большей, чем пешеход. Найдите скорость пешехода, шедшего из А.

Вариант2

1. Ежемесячная плата за телефон составляет 300 рублей в месяц. В следующем году она увеличится на 6%. Сколько рублей будет составлять ежемесячная плата за телефон в следующем году?

2. В магазине книга стоит 50 руб. Определите её новую цену, если стоимость книги увеличилась на 120%.

3. Имеются два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй – 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

4. Двое рабочих выполнили работу за 12 дней. За сколько дней может выполнить каждый рабочий, если одному из них для выполнения всей работы потребуется на 10 дней больше, чем другому?

5. Из пунктов *A* и *B*, расстояние между которыми 19 км, вышли одновременно навстречу друг другу два пешехода и встретились в 9 км от *A*. Найдите скорость пешехода, шедшего из *A*, если известно, что он шёл со скоростью, на 1 км/ч большей, чем пешеход, шедший из *B*, и сделал в пути получасовую остановку?

Вариант 3

1. Магазин делает пенсионерам скидку. Батон хлеба стоит в магазине 20 рублей, а пенсионер заплатил за него 19 рублей 40 копеек. Сколько процентов составила скидка для пенсионера?

2. Флеш-карта стоит 500 рублей. Сначала цена уменьшилась на 20 %, а затем увеличилась на 10%. Сколько стала стоить флеш-карта?

3. Смешали некоторое количество 13-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 17-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

4. Один инструктор может выполнить задание за 5 ч. быстрее другого. Оба вместе они выполняют это задание за 6 ч. За сколько часов каждый из них выполнит задание?

5. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 76 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 1 час, а в пункт отправления теплоход возвращается через 20 часов после отплытия из него.

Вариант

4

1. В школе французский язык изучают 99 учащихся, что составляет 33 % от числа всех учащихся школы. Сколько учащихся в школе?

2. Весной цена товара была повышена на 10 %, а осенью – ещё на 5%. Сколько стал стоить товар, если его первоначальная стоимость была 300 руб.?

3. Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 17-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

4. Две бригады, работая совместно, закончили отделку квартир в доме за 6 дней. Сколько дней потребовалось бы каждой бригаде на выполнение этой работы, если одной для этого требуется на 5 дней больше, чем другой?

5. Расстояние между пристанями *A* и *B* равно 63 км. Из *A* в *B* по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт *B*, тотчас повернула обратно и возвратилась в *A*. К этому времени плот прошел 20 км. Найдите скорость моторной лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Приложение

ДИДАКТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ НА ТЕМУ «ЗАДАЧИ НА ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ»

1. Решили обменять 1820 ц ржи на ячмень. Сколько ячменя можно получить, если 50 кг ржи обменивают на 52,5 кг ячменя?

2. На карте масштабом 1:500000 участок газопровода имеет длину 12,5 см. Какую длину имеет этот участок газопровода на местности.

3. Оконная замазка готовится из молотого мела и олифы, взятых в отношении 4:1. Сколько надо взять олифы для приготовления замазки, если мела взято 3,6 кг?
4. Масса мыла на 55% больше массы сала, взятого на его приготовление. Сколько надо взять сала для приготовления 31 кг мыла?
5. Определите чистоту семян в процентах, если в 200 г зерна сора оказалось 8 г.
6. Высота зала дворца съездов в Московском Кремле 22 м, что составляет 0,44 его длины. Определите объем зала, если его ширина составляет 72% длины.
7. За окраску пола комнаты длиной $9\frac{1}{2}$ м и шириной 5,3 м заплатили 100,7 руб. Сколько рублей нужно заплатить за окраску пола комнаты длиной 6,9 м и шириной 5,7 м?
8. Если теплоход будет проходить по 20 км в час, то сделает рейс за $9\frac{1}{5}$ часа. Сколько времени потратит он на этот рейс, если будет проходить по 18,4 км в час?
9. 68 т сахарной свеклы, содержащей 12% сахара, надо заменить на свеклу, содержащую 17% сахара. Сколько тонн этой свеклы надо взять, чтобы массы содержащегося в них сахара были одинаковыми?
10. В хозяйстве за счет улучшения кормления коров жирность молока достигла 4,2%. При расчете на базисную жирность в 3,5% молокозавод засчитал хозяйству на 240 т молока больше, чем фактически продано заводу за год. Определите, сколько молока хозяйство фактически продало заводу?

Решение:

количество фактически проданного молока заводу за год примем за $(x)T$. Его жирность 4,2%. А при пересчете на жирность 3,5% завод к фактическому надою добавил $240T$, т.е. $(x + 240)T$.

$$\begin{array}{l} \downarrow \quad xT - 4,2\% \quad \uparrow \\ (x + 240)T - 3,5\% \\ \frac{x}{x + 240} = \frac{3,5}{4,2}; \quad 4,2x = 3,5 \cdot (x + 240) \\ 6x = 5x + 210 \\ x = 210 \end{array}$$

Ответ: фактически продано заводу молока 2100 т.

11. Отец поехал на луг за сеном и взял с собой трех сыновей: 15 лет, 12 лет и 10 лет. Обратный путь, который составлял 13,5 км. Мальчики поочередно ехали на подводе, причем расстояние разделили обратно пропорционально возрасту. Сколько километров проехал каждый из них на подводе?

12. Чтобы приготовить водонепроницаемую мазь для кожи, надо смешать и подогреть рыбий жир, воск, охру, глицерин, скипидар и буру. При этом указанные вещества берутся в отношении $\frac{2}{3} : \frac{1}{6} : \frac{1}{6} : \frac{1}{3}$, скипидар составляет 0,3% массы воска, а бура – 2,5% массы рыбьего жира. Сколько надо взять каждого вещества в отдельности, чтобы приготовить 3,36 кг мази?

ДИДАКТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ ПО ТЕМЕ «ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ»

1. Два пешехода выходят навстречу друг другу из разных пунктов, расстояние между которыми 40 км. Если первый выйдет на час раньше второго, то они встретятся через 3 часа после выхода первого. Если второй выйдет на час раньше первого, то они встретятся через 2 часа после выхода первого. С какой скоростью идет каждый пешеход?
2. Два велосипедиста выезжают навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 50 км. Если первый выедет на час раньше второго, то они встретятся через 2 часа после выезда второго. Если второй выедет на 2 часа раньше первого, то они встретятся через час после выезда первого. С какой скоростью едет каждый велосипедист?
3. Два пешехода выходят навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 50 км. Если первый выйдет на 3 часа раньше второго, то они встретятся через 4 часа после выхода второго. Скорость первого пешехода на 1 км/ч больше скорости второго. С какой скоростью идет каждый пешеход?
4. Два бегуна выбегают навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми равно 45 км. Сумма скорости бегунов равна 16,5 км/ч. Если первый бегун выбежит на полчаса раньше второго, то они встретятся через 2,5 часа после того, как выбежит второй бегун. С какой скоростью бежит каждый бегун?

5. Два велосипедиста выезжают навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 80 км. Скорость первого на 3 км/ч меньше скорости второго. Если второй выедет на 1 час раньше первого, то они встретятся через 2 часа после выезда первого. С какой скоростью едет каждый велосипедист?
6. Два пешехода выходят навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 30 км. Если первый выйдет на 2 часа раньше второго, то он встретит второго пешехода через 4,5 часа после своего выхода. Если второй выйдет на 2 часа раньше первого, то он встретит первого пешехода через 5 часов после своего выхода. С какой скоростью идет каждый пешеход?

Решение: пусть первый пешеход двигался со скоростью (x) км/ч, а второй со скоростью (y) км/ч. В первом случае один пешеход пройдет $(4,5x)$ км, а другой – $(2,5y)$ км. Во втором случае первый пешеход пройдет $(3x)$ км, а второй – $(5y)$ км. Зная, что расстояние между двумя пунктами равно 30 км, можем составить систему уравнений:

$$\begin{cases} 4,5x + 2,5y = 30 \\ 3x + 5y = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x + 5y = 60 \\ 3x + 5y = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 30 \\ 5y = 30 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ 5y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}$$

Ответ: скорость первого пешехода 5 км/ч, а второго 3 км/ч.

7. Турист, находящийся в спортивном лагере, должен успеть к поезду на железнодорожную станцию. Если он поедет на велосипеде со скоростью 15 км/ч, то опоздает на 30 минут. Если же он поедет на автобусе, скорость которого 40 км/ч, то приедет за 2 часа раньше до отхода поезда. Чему равно расстояние от лагеря до станции?

Решение: пусть расстояние от лагеря до станции равно (x) км. Тогда на велосипеде турист проедет это

расстояние за $\frac{x}{15}$ ч, а на $\frac{x}{40}$ ч. Зная, что в первом случае турист опоздает на 0,5 ч, а во втором приедет на 2 часа раньше срока, составим уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{x}{15} - \frac{1}{2} &= \frac{x}{40} + 2 \\ 8x - 60 &= 3x + 240 \\ 8x - 3x &= 240 + 60 \\ 5x &= 300 \\ x &= 60 \end{aligned}$$

Ответ: расстояние от лагеря до станции равно 60 км.

8. Николай и Владимир живут в одном доме. Николай вышел из дома и направился к школе. Через 4 минуты после него из дома вышел Владимир и догнал своего друга у школы. Найдите расстояние от дома до школы, если Николай шел со скоростью 60 м/мин, а скорость Владимира 80 м/минуту.

9. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми равно 8 км, одновременно вышли два лыжника. Скорость одного из них на 4 км/ч меньше скорости другого. Лыжник, который первым прибыл в пункт В, сразу же повернул обратно и встретил другого лыжника через 45 мин. после выхода из пункта А. На каком расстоянии от пункта В произошла встреча?

10. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 25 км, одновременно выехали автобус и автомобиль. Во время пути автомобиль сделал остановку на 2 мин., но в пункт В приехал на 3 мин. раньше автобуса. Найдите скорости автомобиля и автобуса, если известно, что скорость автобуса в 1,2 раза меньше скорости автомобиля.

Решение: пусть скорость автобуса (x) км/ч, тогда скорость автомобиля $(1,2x)$ км/ч. Таким образом,

время движения автобуса $\left(\frac{25}{x}\right)$ ч, а автомобиля $\left(\frac{25}{1,2x}\right)$ ч. Зная, что автомобиль сделал остановку на 2 мин., но приехал на 3 мин. раньше автобуса, составим уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{25}{x} - \left(\frac{25}{1,2x} + \frac{1}{30}\right) &= \frac{1}{20} \quad 2 \text{ мин} = \frac{1}{30} \text{ ч} \\ 3 \text{ мин} &= \frac{1}{20} \text{ ч} \end{aligned}$$

ОДЗ: $x \neq 0$

$$\frac{25}{x} - \frac{25}{1,2x} - \frac{1}{30} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{25}{x} - \frac{25}{1,2x} = \frac{5}{60}$$

$$\frac{25 \cdot 1,2 - 25}{1,2x} = \frac{5}{60}$$

$$\frac{30 - 25}{1,2x} = \frac{5}{60}$$

$$1,2x \cdot 5 = 5 \cdot 60$$

$$6x = 300$$

$$x = 50$$

1. **50** · 1,2 = 60 (км/ч) – скорость автомобиля.

Ответ: 50 км/ч – скорость автобуса; 60 км/ч – скорость автомобиля.

11. Катер, собственная скорость которого 8 км/ч, прошел по реке расстояние, равное 15 км, по течению и такое же расстояние против течения реки. Найдите скорость течения реки, если время, затраченное на весь путь, равно 4 часа.

Решение: пусть скорость течения реки равна (x) км/ч, тогда (8-x) км/ч – скорость катера против течения реки, а (8+x) км/ч – скорость катера по течению реки. Запишем и решим уравнение:

$$15 \cdot (8 - x) + 15 \cdot (8 + x) = 4(8 + x) \cdot (8 - x)$$

$$120 - 15x + 120 + 15x = 4 \cdot (64 - x^2)$$

$$240 = 256 - 4x^2$$

$$4x^2 = 256 - 240$$

$$4x^2 = 16$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

т.к. x = -2 не подходит по смыслу задачи, то x=2.

Ответ: 2 км/ч – скорость течения реки.

12. Моторная лодка отправилась по реке от одной пристани к другой и через 2,5 часа вернулась обратно, затратив на стоянку 25 минут. Найдите скорость течения реки, если собственная скорость лодки равна 20 км/ч, а расстояние между пристанями 20 км.

13. За 7 часов катер прошел 60 км по течению реки и 64 км против течения. В другой раз катер за 7 часов прошел 80 км по течению реки и 48 км против течения. Определите собственную скорость катера и скорость течения реки.

14. Катер проплывает 8 км против течения реки и еще 30 км по течению за то же время, за которое плот может проплыть по этой реке 4 км. Скорость катера в стоячей воде равна 18 км/ч. Найдите скорость плота.

15. На соревнованиях по кольцевой трассе один лыжник проходил круг за 2 мин. быстрее другого и через час обогнал его ровно на круг. За сколько минут каждый лыжник проходил круг?

16. На соревнованиях по картингу по кольцевой трассе один из карт проходил круг за 5 мин. медленнее другого и через час отстал от него ровно на круг. За сколько минут каждый карт проходил круг?

Решение: пусть первый карт проходит круг за (x) мин., тогда второй карт проходит круг за (x+5) мин. Составим и решим уравнение:

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+5} = 1(x+5); \quad \text{ОДЗ: } x \neq 0, x \neq -5$$

$$60(x+5) - 60x = x^2 + 5x$$

$$60x + 300 - 60x = x^2 + 5x$$

$$x^2 + 5x - 300 = 0$$

$$x_1 = 15, \quad x_2 = -20$$

Т.к. по смыслу задачи $\cancel{x} 0$, то x=15

1. 15 + 5 = 10 (мин.) время движения второго карта.

Ответ: за 15 минут первый карт проходит круг, за 20 мин. второй карт проходит круг.

17. По окружности длиной 60 м равномерно в одном направлении движутся две точки. Одна из них совершает полный оборот на 5 с быстрее другой. При этом совпадение точек происходит каждый раз через 1 минуту. Определите скорости движения точек.

18. Дорога от поселка до станции идет сначала в гору, а потом под гору, при этом ее длина равна 9 км. Пешеход на подъеме идет со скоростью, на 3 км/час меньшей, чем на спуске. Путь от поселка до станции занимает у него 2 часа, а обратный путь – 2 ч. 30 мин. Определите длину подъема на пути к станции и скорость пешехода на подъеме и на спуске.

ДИДАКТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ ПО ТЕМЕ «ЗАДАЧИ НА СОВМЕСТНУЮ РАБОТУ»

1. Две трубы при совместной работе могут наполнить бассейн за 4 часа. Если бы сначала первая труба наполнила половину бассейна, а затем ее перекрыли и открыли вторую, то наполнение бассейна было бы закончено за 9 часов. За сколько часов может наполнить этот бассейн каждая труба в отдельности?

Решение: вся работа равна 1. Пусть первая труба заполнит бассейн за (x) час., а вторая – за (y) час. Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{4}{y} = 1 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y + 4x = xy \\ x + y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(18-x) + 4x = 4(18-x) \\ y = 18-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 18x + 72 = 0 \\ y = 18-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 12, & x_2 = 6 \\ y_2 = 6, & y_2 = 12 \end{cases}$$

$$x^2 - 18x + 72 = 0$$

$$x_1 = 12, \quad x_2 = 6$$

Ответ одна труба может заполнить бассейн за 12 час., а вторая – за 6 час.

2. Одна из труб может наполнить водой бак на 10 мин. быстрее другой. За какое время может наполнить этот бак каждая труба, если при совместном действии этих труб в течение 8 мин. было

заполнено $\frac{2}{3}$ бака?

Решение: пусть одна труба заполняет бак за (x) мин., тогда вторая труба заполнит бак за $(x + 10)$ мин.

Составим и решим уравнение:

$$\frac{8}{x} + \frac{8}{x+10} = \frac{2}{3}$$

$$24(x+10) + 24x = 2x(x+10)$$

$$24x + 240 + 24x = 2x^2 + 20x$$

$$24x + 24x - 2x^2 - 20x + 240 = 0$$

$$-2x^2 + 28x + 240 = 0$$

$$x^2 - 14x - 120 = 0$$

$$x_1 = 20, \quad x_2 = -6 - \text{не подходит по смыслу задачи}$$

1) $20 + 10 = 30$ мин.

Ответ: первая труба заполнит бак за 20 мин., а вторая – за 30 мин.

3. В бассейн проведены две трубы разного сечения. Одна равномерно подает, а вторая равномерно отводит воду, причем через первую бассейн наполняется на 2 часа дольше, чем через вторую

опорожняется. При заполненном на $\frac{1}{3}$ бассейна были открыты две трубы, и бассейн оказался пустым спустя 8 час. За сколько часов, действуя отдельно, первая труба наполняет, а вторая опорожняет бассейн.

4. Четыре бригады должны разгрузить вагон с продуктами. Вторая, третья и четвертая бригады вместе могут выполнить эту работу за 4 ч.; первая, третья и четвертая – за 3 часа. Если же будут работать только первая и вторая бригада, то вагон будет загружен за 6 час. За какое время могут разгрузить вагон все четыре бригады, работая вместе?

5. Две бригады, работая вместе, должны отремонтировать участок дороги за 18 дней. В действительности же получилось так, что сначала работала первая бригада, а заканчивала ремонт участка дороги вторая бригада. В результате ремонт участка дороги продолжался 40 дней, причем

первая бригада в свое рабочее время выполнила $\frac{2}{3}$ всей работы. За сколько дней был бы отремонтирован участок дороги каждой бригадой отдельно?

6. Одна мельница может смолотить 38 ц пшеницы за 6 часов, другая - 96 ц за 15 часов, третья – 35 ц за 7 часов. Как распределить 133 т пшеницы между мельницами, чтобы они мололи зерно в течение одного и того же времени.

7. Лесхоз планировал заготовить за несколько дней 216 новогодних елей. Первые три дня лесхоз выполнял установленную ежедневную норму, а потом стал заготавливать на 2 ели в день больше. Поэтому уже за 1 день до срока было заготовлено 232 ели. Сколько елей ежедневно заготавливал лесхоз в первые три дня работы.

8. Машинистка должна была напечатать за определенное время 200 страниц. Печатая в день на 5 страниц больше, чем планировала, она завершила работу на два дня раньше срока. Сколько страниц в день печатала машинистка?

Решение: пусть машинистка фактически набирала (x) страниц в день, тогда по плану она должна была набирать ($x - 5$) страниц в день. Таким образом планировалось напечатать 200 страниц за $200 : (x - 5)$ дней, в то время как машинистка справилась с работой на 2 дня раньше. Составим и решим уравнение:

$$\frac{200}{x-5} - \frac{200}{x} = 2 \quad \text{ОДЗ: } x \neq 0, x \neq 5$$

$$200x - 200(x - 5) = 2x(x - 5)$$

$$200x - 200x + 1000 = 2x^2 - 10x$$

$$2x^2 - 10x - 1000 = 0$$

$$x^2 - 5x - 100 = 0$$

$$x_1 = 25 \quad x_2 = -20 - \text{не подходит по смыслу задачи}$$

Ответ: машинистка печатала по 25 страниц в день.

9. Николай планировал, что сможет хорошо подготовиться к экзамену, если будет решать по 12 задач в день. Однако ежедневно он перевыполнял свою норму на 8 задач и уже за 5 дней до экзамена решил на 20 задач больше, чем планировал сначала. Сколько задач решил Коля?

ДИДАКТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

Примерные планы занятий

Тема 1. ПРОЦЕНТЫ.

ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ НА ПРОЦЕНТЫ (2 ч)

Сообщается история появления процентов; устраняются пробелы в знаниях по решению основных задач на проценты: а) нахождение процента от числа (величины); б) нахождение числа по его проценту; в) нахождение процента одного числа от другого. Актуализируются знания об арифметических и алгебраических приемах решения задач.

З а н я т и е 1

ЛЕКЦИЯ «ПРОЦЕНТЫ В ПРОШЛОМ И НАСТОЯЩЕМ»

{историческая справка}

Опорные сведения: нахождение процента от величины; нахождение величины по ее проценту; нахождение процента одной величины от другой.

Цели: сообщить историю появления процентов, привести примеры повседневного использования процентных вычислений в настоящее время; устранить пробелы в знаниях по решению основных задач на проценты: нахождение процента от величины, нахождение величины по ее проценту, нахождение процента одной величины от другой.

Метод обучения: лекция, объяснение, устные упражнения, письменные упражнения.

Формы контроля: проверка самостоятельно решенных задач.

Ход занятия

I. Лекция.

Проценты - одно из математических понятий, которые часто встречаются в повседневной жизни. Так, мы часто читаем или слышим, что, например, в выборах приняли участие 52,5 % избирателей, рейтинг победителя хит-парада равен 75 %, промышленное производство сократилось на 11,3 %, уровень инфляции составляет 8% в год, банк начисляет 12% годовых, молоко содержит 3,3% жира, материал содержит 60% хлопка и 40% полиэстера и т.д.

Слово «процент» происходит от латинского слова pro centum, что буквально означает «за сотню» или «со ста», Процентами очень удобно пользоваться на практике, так как они выражают части целых чисел

в одних и тех же сотых долях. Это дает возможность упрощать расчеты и легко сравнивать части между собой и целыми. Идея выражения частей целого постоянно в одних и тех же долях, вызвана практическими соображениями родилась еще в древности у вавилонян, которые пользовались шестидесятеричными дробями. Уже в клинописных табличках вавилонян содержатся задачи на расчет процентов. До нас дошли составленные вавилонянами таблицы процентов, которые позволяли быстро определять сумму процентных денег. Были известны проценты и в Индии. Индийские математики вычисляли проценты, применяя так называемое тройное правило, т.е. пользуясь пропорцией. Они умели производить и более сложные вычисления с применением процентов.

Денежные расчеты с процентами были особенно распространены в Древнем Риме. Римляне называли процентами деньги, которые платил должник заимодавцу за каждую сотню. Даже римский сенат вынужден был установить максимально допустимый процент, взимаемый с должника, так как некоторые заимодавцы усердствовали в получении процентных денег. От римлян проценты перешли к другим народам.

В средние века в Европе в связи с широким развитием торговли особенно много внимания обращали на умение вычислять проценты. В то время приходилось рассчитывать не только проценты, но и проценты с процентов, то есть сложные проценты, как называют их в наше время. Отдельные конторы и предприятия для облегчения труда при вычислениях процентов разрабатывали свои особые таблицы, которые составляли коммерческий секрет фирмы.

Впервые опубликовал таблицы для расчета процентов в 1584 г. Симон Стевин – инженер из города Брюгге (Нидерланды). Стевин известен замечательным разнообразием научных открытий, в том числе – особой записи десятичных дробей.

Долгое время под процентами понимались исключительно прибыль или убыток на каждые 100 рублей. Они применялись только в торговых и денежных сделках. Затем область их применения расширилась, проценты встречаются в хозяйственных и финансовых расчетах, статистике, науке и технике. Ныне процент – это частный вид десятичных дробей, сотая доля целого (принимаемого за единицу).

Знак «%» происходит, как полагают, от итальянского слова cento (сто), которое в процентных расчетах часто писалось сокращенно сто. Отсюда путем дальнейшего упрощения в скорописи буквы t в наклонную черту произошел символ для обозначения процента.

Существует и другая версия возникновения этого знака. Предполагается, что этот знак произошел в результате нелепой опечатки, совершенной наборщиком. В 1685 году в Париже была опубликована книга – руководство по коммерческой арифметике, где по ошибке наборщик вместо сто напечатал %.

В некоторых вопросах иногда применяют и более мелкие, тысячные доли, так называемые «промилле» (от латинского pro mille – «с тысячи»), обозначаемые, по аналогии со знаком %. Изобретение математических знаков и символов значительно облегчило изучение математики с способствовало дальнейшему ее развитию.

Если мы говорим о предметах из некоторой заданной совокупности – деньгах, зарабатываемых в семье, материалах, продуктах питания, то процент, разумеется, 100 сотых частей самого себя. Поэтому, обычно говорят, что она «принимается за 100 процентов».

Если речь идет о проценте данного числа, то это число и принимается за 100%. Например, 1% от зарплаты – это сотая часть зарплаты; 100% зарплаты – это сто сотых частей зарплаты. Т.е. вся зарплата. Подоходный налог с зарплаты берется в размере 13%, т.е. 13 сотых от зарплаты. Надпись «60 %» хлопка на этикетке означает, что материал содержит 60 сотых хлопка, т.е. более чем на половину состоит из чистого хлопка. 3,2 % жира в молоке означает, что 3,2 сотых массы продукта составляет жир (или, другими словами, в каждых 100 граммах этого продукта содержится 3,2 грамма жира).

Как известно из практики, с помощью процентов часто показывают изменение той или иной конкретной величины. Такая форма является наглядной числовой характеристикой изменения, характеризующей значимость произошедшего изменения. Например, уровень подростковой преступности повысился на 3 %, в этом ничего страшного нет – быть может, эта цифра отражает только естественные колебания уровня. Но если он повысился на 30 %, то это уже говорит о серьезности проблемы и необходимости изучения причин такого явления и принятии соответствующих мер.

II. Устная работа.

Упражнения на закрепление понятия «процент». Предлагаются упражнения по переводу дроби в проценты, а проценты – в десятичные дроби.

1. Представьте данные десятичные дроби в процентах:

0,0 0,24 0,867 0,032 1,3 0,0081 15

0,01 154 3,2 20,5 0,7 10

2. Представьте проценты десятичными дробями:

2% 12,5% 2,67% 0,06% 32,8%
1000% 510% 0,5% 213% 0,1%.

III. Повторение и закрепление изученного ранее.

Целесообразно напомнить основные сокращенные процентные отношения и записать в тетрадь.

$$100\% = 1;$$

$$50\% = \frac{1}{2}$$

$$25\% = \frac{1}{4}$$

$$12,5\% = \frac{1}{8}$$

$$200\% = 2$$

$$10\% = \frac{1}{10}$$

$$5\% = \frac{1}{20}$$

$$1\% = \frac{1}{100}$$

Различные обозначения:

$$18\%$$

$$0,18$$

$$\frac{18}{100}$$

$$100$$

$$p$$

$$p$$

$$\frac{p}{100}$$

IV. Систематизация знаний.

Основные понятия, связанные с процентами:

Три основных действия:

1. Нахождение процентов данного числа.

Чтобы найти $a\%$ от v , надо $v \cdot 0,01 a$.

Пример: 30% от 60 составляет: $60 \cdot 0,3 = 18$.

2. Нахождение числа по его процентам.

Если известно, что $a\%$ числа x равно v , то $x = v : 0,01 a$

Пример: 3% числа x составляет 150 .

$$x = 150 : 0,03;$$

$$x = 5000.$$

3. Нахождение процентного отношения чисел.

Чтобы найти процентное отношение чисел, надо отношение этих чисел умножить на 100% .

$$\frac{a}{v} \cdot 100\%$$

Пример: сколько процентов составляет 150 от 600 ?

$$\frac{150}{600} \cdot 100\% = 25\%$$

V. Решение основных задач на проценты.

1. Основные типы задач на проценты.

1) Одна величина больше (меньше) другой на $p\%$.

а) если a больше v на $p\%$, то $a = v + 0,01 pv = v(1 + 0,01 p)$.

б) если a меньше v на $p\%$, то $a = v - 0,01 pv = v(1 - 0,01 p)$.

Пример. На сколько процентов надо увеличить число 90 , чтобы получить 120 ?

Решение:

$$120 = 90 + 0,01p,$$

$$120 = 90(1 + 0,01p)$$

$$1 + 0,01p = \frac{120}{90} = \frac{4}{3}$$

$$0,01p = \frac{1}{3}; p = \frac{11}{3} \text{ или } = 33\frac{1}{3}$$

$$p = 33\frac{1}{3}$$

Аналогично,

а) если a возросло на p %, то новое значение равно: $a(1 + 0,01p)$.

Пример. Увеличить число 60 на 20%:

$$60 + 60 \cdot 0,2 = 72 \quad \text{или} \quad 60 \cdot (1 + 0,2) = 72$$

б) если a уменьшили на p %, то новое значение равно: $a(1 - 0,01p)$.

Пример. Число 72 уменьшили на 20%:

$$72 - 72 \cdot 0,2 = 57,6 \quad \text{или} \quad 72(1 - 0,2) = 57,6$$

Объединив а) и б), запишем задачу в общем виде: увеличили число a на p %, а затем полученное уменьшили на p %

$$a(1 + 0,01p); \quad a(1 + 0,01p)(1 - 0,01p) = a(1 - (0,01p)^2) \quad (*)$$

Замечание. Результат не изменится, если увеличение (уменьшение) следует за уменьшением (увеличением).

2. Решить самостоятельно.

Задача 1. Цену товара снизили на 30%, затем новую цену повысили на 30%. Как изменилась цена товара?

Решение. Пусть первоначальная цена товара a , тогда:

$$a - 0,3a = 0,7a$$

– цена товара после снижения,

$$0,7a + 0,7a \cdot 0,3 = 0,91a \quad \text{– новая цена.}$$

$$1,00 - 0,91 = 0,09 \text{ или } 9\%.$$

Используя формулу (*), получим:

$$a \left(1 - \frac{p^2}{100^2} \right) = a(1 - 0,3^2) = 0,91a$$

Ответ: цена снизилась на 9 %.

Задача 2. Цену товара повысили на 20%, затем новую цену снизили на 20%. Как изменится цена товара?

Решение.

$$a \left(1 - \frac{20^2}{100^2} \right) = \frac{a(10000 - 400)}{10000} = 0,96a$$

Ответ: цена снизилась на 4 %.

3. Творческое задание.

Решить задачу в общем виде.

Увеличили число a на p %. На сколько процентов надо уменьшить полученное число, чтобы получить a ?

Решение.

$$a \cdot \left(1 + \frac{p}{100} \right) - a \left(1 + \frac{p}{100} \right) \cdot \frac{x}{100} = a$$

$$a \cdot \left(1 + \frac{p}{100} \right) \left(1 - \frac{x}{100} \right) = a$$

$$1 - \frac{x}{100} = \frac{100}{100 + p}$$

$$\frac{x}{100} = \frac{p}{100 + p}$$

$$x = \frac{100p}{100 + p}$$

VI. Итоги урока.

Домашнее задание.

1. Длину прямоугольника уменьшили на 20%. На сколько процентов надо увеличить ширину прямоугольника, чтобы его площадь не изменилась?

Ответ: на 25 %.

2. После уплаты всех налогов, которые в сумме составили 30% от дохода, предприниматель оставил себе на законном основании 35000 р. Какова была величина чистого дохода предпринимателя?

Ответ: 50000 руб.

3. По расчетам предпринимателя предприятие принесет 15% прибыли. Какую прибыль можно получить, затратив 200000 руб.?

Ответ: 30000 руб.

4. Произведение двух чисел равно 10, а их сумма составляет 70 % от произведения. Найдите эти числа.

Ответ: 2 и 5.

БАНКОВСКИЕ ОПЕРАЦИИ

Решение задач, связанных с банковскими расчетами: вычисление процентных ставок в банках; процентный прирост; определение начальных вкладов. Выполнение тренировочных упражнений.

Цели: добиться усвоения учащимися «сложный процентный рост»; отработать навыки использования формулы при вычислении банковской ставки, суммы вклада, срока вклада.

Форма занятий: объяснение, практическая работа.

Метод обучения: выполнение тренировочных задач.

Формы контроля: проверка самостоятельно решенных задач.

Ход занятия

I. Проверка домашнего задания, конкурс составленных задач.

II. Рассказ учителя.

Уже в далекой древности широко распространено ростовщичество – выдача денег под проценты. Разность между той суммой, которую возвращали ростовщику, и той, которую первоначально взяли у него, называлась лихвой. Так, в Древнем Вавилоне она составляла 20 % и более! Это означало, что ремесленник, взявший у ростовщика 1000 денежных единиц сроком на год, возвращал ему по прошествии года не менее 1200 этих же единиц.

Известно, что XIV – XV вв. в Западной Европе широко распространились банки – учреждения, которые давали деньги в долг князьям, купцам, ремесленникам, финансировали дальние путешествия, завоевательные походы и т.д. Конечно, банки давали деньги не бескорыстно: за пользование предоставленными деньгами они брали плату, как и ростовщики древности. Эта плата выражалась обычно в виде процентов к величине выданных в долг денег.

Тех, кто берет в долг деньги в банке, называют заемщиками, а сумму, т.е. величину взятых у банка денег, называют кредитом. Основную часть тех денег, которые банки выдают заемщикам, составляют деньги вкладчиков, которые они вносят в банк на хранение. Часть прибыли, которую получает банк, он передает вкладчикам в виде платы за пользование их деньгами. Эта плата также обычно выражается в процентах к величине вклада. Таким образом, средства, помещенные на хранение в банк, через определенный период времени приносят некоторый доход, равный сумме начисленных за этот период процентов.

Итак, с одной стороны, банки принимают вклады и платят по этим вкладам проценты вкладчикам, а с другой – дают кредиты заемщикам и получают от них проценты за пользование этими деньгами. Разность между той суммой, которую получает банк от заемщиков за предоставленные кредиты, и той, которую он платит по вкладам и составляет прибыль банка. Таким образом, банк является финансовым посредником между вкладчиками и заемщиками.

Одним из самых распространенных способов привлечения в банк сбережений граждан, фирм и т.д. является открытие вкладчиком сберегательного счета: вкладчик может вносить за свой счет дополнительные суммы денег, может снимать со счета определенную сумму, может закрыть счет, полностью изъяв деньги, на нем хранящиеся. При этом вкладчик получает от банка плату в виде процентов за использование его денег для выдачи кредитов предпринимателям, фирмам, государству, другим банкам и т.д.

Рассмотрим схемы расчета банка с вкладчиками. В зависимости от способа начисления проценты делятся на простые и сложные.

Простые проценты.

Увеличение вклада S_0 по схеме простых процентов характеризуется тем, что суммы процентов в течение всего срока хранения определяются исходя только из первоначальной суммы вклада S_0 независимо от срока хранения и количества начисления процентов.

Пусть вкладчик открыл сберегательный счет и положил на него S_0 рублей. Пусть банк обязуется выплачивать вкладчику в конце каждого года $p\%$ от первоначальной суммы S_0 . Тогда по истечении одного года сумма начисленных процентов составляет $S_0 \cdot p/100$ рублей и величина вклада станет равной $S = S_0 (1 + p/100)$ рублей; $p\%$ называют годовой процентной ставкой.

Если по прошествии одного года вкладчик снимет со счета начисленные проценты $S_0 p/100$, а

сумму S_0 составит, в банке вновь начислят $S_0 \cdot \frac{p}{100}$ рублей, а за два года начисленные проценты

составят $2S_0 \cdot \frac{p}{100}$ рублей, через n лет на вкладе по формуле простого процента будет

$$S_n = S_0 \cdot \left(1 + \frac{pn}{100}\right)$$

Рассмотрим другой способ расчета банка с вкладчиком. Он состоит в следующем: если вкладчик не снимет со счета сумму начисленных процентов, то эта сумма присоединяется к основному вкладу, а в конце следующего года банк будет начислять $p\%$ уже на новую, увеличенную сумму. Это означает, что банк станет теперь начислять проценты не только на основной вклад, S_0 , но и на проценты, которые на него полагаются. Такой способ начисления «процентов на проценты» называют сложными процентами. $S_n = S_0 (1 + p/100)^n$, где $n = 1, 2, 3 \dots$

III. Решение задач

Задача 1. Банк выплачивает вкладчикам каждый год 8% от внесенной суммы. Клиент сделал вклад в размере 200000 руб. Какая сумма будет на его счете через 5 лет, через 10 лет?

Решение. Используя формулу:

$$S_n = S_0 \cdot \left(1 + \frac{pn}{100}\right)$$

$$S_5 = 200000 \left(1 + \frac{5 \cdot 8}{100}\right) = 280000 \quad (p.)$$

$$S_{10} = 200000 \left(1 + \frac{10 \cdot 8}{100}\right) = 360000 \quad (p.)$$

Ответ: 280000 руб.; 360000 руб.

Задача 2. При какой процентной ставке вклад на сумму 500 руб. возрастет за 6 месяцев до 650 руб.

Решение.

$$500 \cdot \left(1 + \frac{6 \cdot p}{100}\right) = 650$$

$$p = (6500 : 500 - 1) \cdot 100 : 6$$

$$p = 5$$

Ответ: 5% .

Задача 3. Каким должен быть начальный вклад, чтобы при ставке 4% в месяц он увеличился за 8 месяцев до 33000 руб.

Решение.

$$S_0 \cdot \left(1 + \frac{8 \cdot 4}{100}\right) = 33000$$

$$S_0 = \frac{33000 \cdot 25}{33} = 25000$$

Ответ: 25000 руб.

Задача 4. Вкладчик открыл счет в банке, внося 2000 руб. на вклад, годовой доход по которому составляет 12% , и решил в течение 6 лет не брать процентные начисления. Какая сумма будет лежать на его счете через 6 лет?

$$S_n = S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n,$$

Решение. Воспользуемся формулой сложных процентов получим

$$S_6 = 2000 \left(1 + \frac{12}{100}\right)^6 = 2000 \cdot 2508,8 = 3947,65 \quad (p.)$$

Ответ: 3947 руб. 65 коп.

Задача 5. Какой должен быть первоначальный капитал, чтобы при начислении 5 % в месяц получить через полгода 10 тыс. руб.

Ответ: 7463 руб.

IV. Итог урока.

В конце урока учащиеся обмениваются своими решениями и проверяют задачи. Затем способы решения задач рассматриваются всеми учащимися и сверяются ответы.

V. Домашнее задание.

1. Банк обещает вкладчикам удвоить их сбережения за пять лет, если они воспользуются вкладом «накопление» с годовой процентной ставкой 16 %. Проверьте, выполнит ли банк свое обязательство.

Ответ: да.

2. Деньги, вложенные в банк, приносят ежегодно 20 % дохода. За сколько лет вложенная сумма удвоится?

Ответ: за 5 лет.

3. Клиент имел в банке счет, по которому начислялось 6 % годовых. После того как банк предложил новые виды вкладов, он снял с этого счета все деньги и 2000 руб. положил на вклад, по которому начислялось 8 % годовых, а остальные – на вклад с 9 % годовых. В результате его годовой доход оказался на 130 руб. больше чем по прежнему вкладу. Сколько денег он внес на новые вклады?

Ответ: 5000 руб.

4. Некто не доверяет банкам и хранит сбережения дома. Крупная премия пролежала дома до лета. За это время цены на товары выросли в среднем на 50 %. На сколько процентов уменьшилась покупательская способность отложенных денег?

Ответ: на $33\frac{1}{3}$ %.

Задача 1. (Распродажа)

Зонт стоил 360 руб. В ноябре цена зонта была снижена на 15 %, а в декабре еще на 10 %. Какой стала стоимость зонта?

Решение. Стоимость зонта в ноябре составила 85 % от 360 руб., т.е. $360 \times 0,85 = 306$ (руб.). Второе снижение цены происходило по отношению к новой цене зонта; теперь следует искать 90 % от 306 руб., т.е. $306 \times 0,9 = 275,4$ руб.

Ответ: 275 руб. 40 коп.

Дополнительный вопрос: на сколько процентов по отношению к первоначальной цене подешевел зонт?

Решение: найдет отношение последней цены к исходной, и выразим его в процентах. Получим 76,5 %. Значит, зонт подешевел на 23,5 %.

Ответ: 23,5 %.

Задача 2. (Бюджет, зарплата)

При приеме на работу директор предприятия предлагает зарплату 4200 руб. Какую сумму получит рабочий после удержания налога на доходы физических лиц?

Решение:

1) $(4200 - 400) \times 0,13 = 494$ руб. - налог

2) $4200 - 494 = 3706$ руб.

Замечание: при начислении налога на доходы физических лиц нужно учитывать стандартный вычет 400 руб., налог 13 % берется от оставшейся суммы.

Ответ: 3706 руб.

Задача 3.

Заработок рабочего повысился на 20 %, а цены на продукты и товары снизились на 15 %. На сколько процентов рабочий теперь на свой заработок может купить больше продуктов и товаров, чем прежде?

Решение: примем для простоты вычислений прежний заработок рабочего за 10 руб. и пусть он покупает только какой-то продукт по 1 руб. за килограмм, т.е. 10 кг. После повышения на 20 % заработок рабочего

стал 12 руб., а цена продукта после снижения цены на 15 % 0,85 руб. за 1 кг. Теперь рабочий может купить $12 : 0,85 \approx 14,1$ (кг), т.е. на $4,1 : 10 = 0,41$, т.е. на 41 % больше, чем прежде.

Ответ: на 41 % больше.

Задача 4. (Тарифы)

В газете сообщается, что с 10 июня согласно новым тарифам стоимость отправления почтовой открытки составит 3 руб. 15 коп. вместо 2 руб. 27 коп. Соответствует ли рост цен на услуги почтовой связи росту цен на товары в этом году, который составляет 14,5 %.

Решение. Разность тарифов составляет 0,4 руб., а ее отношение к старому тарифу равно 0,14545... Выразив это отношение в процентах, получим примерно 14,5 %.

Ответ: да, соответствует.

Дополнительный вопрос. Сколько будет стоимость отправка заказного письма, если эта услуга сейчас оценивается в 5 руб. 50 коп.?

Решение. Цена услуги увеличивается на 14,5 %, т.е. станет $5,5 \times 1,145 = 6,3$ руб.

Ответ: 6 руб. 30 коп.

Задача 5. (Штрафы)

Занятия ребенка в музыкальной школе родители оплачивают в сбербанке, внося ежемесячно 250 руб. Оплата должна производиться до 15 числа каждого месяца, после чего за каждый просроченный день начисляется пеня в размере 4 % от суммы оплаты занятий за один месяц. Сколько придется заплатить родителям, если они просрочат оплату на неделю?

Решение. Так как 4 % от 250 руб. составляют 10 руб., то за каждый просроченный день сумма оплаты будет увеличиваться на 10 руб. Если родители просрочат оплату на день, то им придется заплатить $250 + 10 = 260$ руб., на неделю $250 + 10 \times 7 = 320$ руб.

Ответ: 320 руб.

ЗАДАЧИ С ИСТОРИЧЕСКИМИ СЮЖЕТАМИ

1. Один небогатый римлянин взял в долг у заимодавца 50 сестерциев. Заимодавец поставил условие: «Ты вернешь мне в установленный срок 50 сестерциев и еще 20 % от этой суммы». Сколько сестерциев должен отдать небогатый римлянин заимодавцу, возвращая долг?

2. Некий человек взял в долг у ростовщика 100 руб. Между ними было заключено соглашение о том, что должник обязан вернуть деньги ровно через год, доплатив еще 80 % суммы долга, но через 6 месяцев должник решил вернуть долг. Сколько рублей он вернет ростовщику?

3. Завещание Бенджамена Франклина: «Препоручаю 1000 фунтов стерлингов бостонским жителям. Если они примут эту тысячу фунтов, то должны поручить ее отборнейшим гражданам, а они будут давать их с процентами по 5 на 100 в год в заем молодым ремесленникам. Сумма эта через 100 лет возвысится до 131000 фунтов. Я желаю, чтобы тогда 100000 фунтов употреблены были на постройку общественных зданий, а остальные 31000 фунтов отданы были в проценты на 100 лет. По истечении второго столетия сумма возрастет до 4061000 фунтов, из коих 1061000 фунтов оставляю в распоряжении бостонских жителей, а 3000000 - правлению Массачусетской общины. Далее не осмеливаюсь простирать своих видов». Мы видим, что завещав всего 1000 фунтов, Б. Франклин распоряжается миллионами. Проверьте, не ошибся ли он в своих расчетах.

ЗАДАЧИ С ЛИТЕРАТУРНЫМИ СЮЖЕТАМИ

Различные истории, связанные с процентными вычислениями, встречаются в ряде художественных произведений, в исторических документах и преданиях.

1. В романе М.Е. Салтыкова-Щедрина «Господа Головлевы» есть такой эпизод: «Порфирий Владимирович сидит у себя в кабинете, исписывая цифирными выкладками листы бумаги. На этот раз его занимает вопрос: «Сколько было бы теперь у него денег, если бы маменька Арина Петровна подаренные ему при рождении дедушкой на зубок 100 рублей ассигнациями не присвоила бы себе, а положила бы в ломбард на имя малолетнего Порфирия? Выходит, однако, немного: всего 800 рублей ассигнациями». (Предположить, что Порфирию Владимировичу в момент счета было 53 года)

Сколько процентов в год платит ломбард?

2. В романе М.Е. Салтыкова-Щедрина «Господа Головлевы» сыр Порфирия Владимировича Петя проиграл в карты казенные 3000 руб. и попросил у бабушки эти деньги взаймы. Он говорил: «Я бы хороший процент дал. Пять процентов в месяц». Подсчитайте, сколько денег готов вернуть Петя через год, согласись бабушка на его условия.

3. В новелле О.Бальзака «Гобсек» один из героев, господин Дервиль, взял у ростовщика Гобсека сумму в 150000 франков сроком на 10 лет под 15 % годовых. Вычислите, какую сумму вернул Дервиль Гобсеку по прошествии этого срока.

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ «ЗАДАЧИ НА ПРОЦЕНТЫ»

I в.

1. Турист должен был пройти 64 км. В первый день он прошел 25 % всего пути, во второй день 50 % оставшегося пути. Сколько километров ему осталось еще пройти?
2. Тарифы на проезд в наземном транспорте в г. N возросли с 2 до 10 руб., соответственно с 2,5 до 15 руб. – в городском метрополитене. Какие тарифы возросли больше?
3. Банк «Диалог-Оптима» осуществляет денежные переводы. Минимальная сумма перевода 50 руб., максимальная – 300 руб. С суммы перевода банк берет 1,5 % за оказание своих услуг. На сколько в процентном отношении возьмут больше с человека, сделавшего перевод на максимальную сумму, чем с того, кто сделал перевод на 50 руб.?
4. Даны два куска с различным содержанием олова. Первый, массой 300 г., содержит 20 % олова. Второй, массой 200 г, содержит 40 % олова. Сколько процентов олова будет содержать сплав, полученный из этих кусков?
5. На овощную базу привезли 10 тонн крыжовника, влажность которого 99 %. За время хранения на базе влажность уменьшилась на 1 %. Сколько тонн крыжовника теперь хранится на базе?

II в

1. В одном из городов часть жителей умеет говорить только по-грузински, часть только по-русски. По-грузински говорят 85 % всех жителей, а по-русски – 75 %. Сколько процентов всех жителей говорят на обоих языках?
2. Арендатор отдела в магазине забыл вовремя оплатить аренду за место. Определите размер пени за каждый просроченный день, если за 20 дней просрочки сумма платежа увеличилась с 10 до 14 тыс. руб.
3. За каждый из девяти первых месяцев года цены выросли на 25 %, а за каждые из трех следующих месяцев на x %. Найдите x , если в целом за год цены выросли в восемь раз.
4. Имеется два куска сплава олова и свинца, содержание 60 % и 40 % олова. По сколько граммов от каждого куска надо взять, чтобы получить 600 г сплава, содержащего 45 % олова?
5. В свежих грибах было 90 % воды. Когда их подсушили, то они стали легче на 15 кг при влажности 60 %. Сколько было свежих грибов?

ДИДАКТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ

Упражнения и задачи

1. Найти 1 % от:
а) 34000 руб.; д) 6 тыс. жителей;
б) 1 км; е) 6 га;
в) 0,3 л; ж) 12 р.;
г) 200 г; з) 700 овец.
2. Найдите целое, если 1 % от него составляет:
а) 0,2 л; в) 10 р.;
б) 30 м³; г) 38 чел.
3. Верно ли, что выплачена вся сумма, если:
а) в первый раз выплачено 75 % от суммы, а во второй – 15 %;
б) в первый раз выплачено 37 % от суммы, во второй – 48 %, а в третий – 15 % от остатка.
4. Найти:
а) 200 % от 200 л; г) 0,3 % от 0,3 кг;
б) 25 % от 10 км; д) 50 % от 30 чел.;
в) 5 % от 15 л; е) 0,1 % от 0,1 %.
5. Что больше:
а) 15 % от 17 или 17 % от 15;
б) 1,2 % от 17 или 12 % от 170;
в) 115 % от 657 или 117 % от 715;
г) 72 % от 150 или 70 % от 152?
6. Сколько будет, если:
а) 100 р. увеличить на 300 %;
б) 500 р. уменьшить на 5 %;
в) 70 % увеличить на 30 %;

г) 40 % уменьшить на 40 %.

7. Найдите:

а) 50 % от 2000 р.; и 200 % от 50 р.;

б) 20 % от 750; и 750 % от 20;

в) 10 % от 15000; и 15000 % от 10.

8. Найдите:

а) 150 % от 50; в) 17,2 % от 10;

б) 370 % от 100; г) 342 % от 10.

9. Вычислите, на сколько процентов:

а) 500 больше 400; г) 6000 больше 3000;

б) 400 меньше 500; д) 20 кг меньше 60 кг;

в) 3000 меньше 6000; е) 60 кг больше 20 кг.

10. На сколько процентов изменилась величина, если она:

а) увеличилась в 2,4 раза; г) уменьшилась в 8 раз;

б) увеличилась в 3,5 раза; д) уменьшилась в 4 раза;

в) увеличилась в 10 раз; е) уменьшилась в 10 раз.

11. Какие из утверждений означают одно и то же;

- величины относятся как 1 : 2;

- величины относятся как 1 : 4?

а) одна величина вдвое меньше другой;

б) вторая величина на 300 % больше первой;

в) первая величина на 300 % меньше второй;

г) вторая величина на 100 % больше первой;

д) первая величина на 75 % меньше второй;

е) одна величина составляет от другой 50 %;

ж) одна величина в четыре раза меньше другой;

з) первая величина составляет от второй 25 %.

12. Сколько было, если:

а) после увеличения на 10 % стало 100 руб.;

б) после уменьшения на 100 % стало 500 руб.

13. Найдите, в каком случае первоначальная цена больше:

а) при скидке 5 % заплачено 100 руб.;

б) при скидке 10 % заплачено 90 руб.;

в) при скидке 20 % заплачено 80 руб.

14. Сколько процентов составляют:

а) 0,5 кг от 6 кг;

б) 375 руб. от 100 руб.;

в) 250 руб. от 200 руб.;

г) 15 г от 1 кг;

д) 1048 человек от 3764 человек;

е) 3 мм от 4 м?

15. На сколько процентов изменилась цена, если она:

а) была 100 руб., а стала 250 руб.;

б) была 100 руб., а стала 120 руб.?

16. В магазине цены были сначала повышены на 10 %, а потом снижены на 10 %. Как изменились цены?

17. На сколько процентов новая цена меньше старой и на сколько процентов старая цена больше новой, если:

а) цена снижена наполовину;

б) цена повышена наполовину;

в) цена увеличена в 4 раза;

г) цена уменьшена в 3 раза?

18. Фирма платит рекламным агентам 5 % от стоимости заказа. На какую сумму надо найти заказ, чтобы заработать 1000 руб.?

19. Предприниматель покупает кондитерские изделия по оптовой цене 96 руб. и продает их в розницу с надбавкой в 30 %. Какова розничная цена?

20. Каждую сторону квадрата увеличили на 20 %. На сколько процентов увеличилась площадь квадрата?

21. На сколько процентов увеличится объем куба, если его ребро увеличить на 10 %?
22. Владелец дискотеки имел стабильный доход. В погоне за прибылью он увеличил цену на билеты на 25 %. Количество посетителей резко уменьшилось, и он стал нести убытки. Тогда он вернулся к первоначальной цене билетов. На сколько процентов владелец дискотеки снизил новую цену билетов, чтобы она стала первоначальной?
23. Товар стоимостью 15 руб. уценен до 12 руб. Определите процент уценки.
24. Ученик прочитал в первый день 15 % книги, что составило 60 страниц, во второй день он прочитал 200 страниц. Сколько страниц ему осталось прочитать?
25. В одном магазине на товар установили цену 200 руб., а в другом аналогичный товар стоит 180 руб.
- а) На сколько процентов в первом магазине цена на товар выше, чем во втором?
- б) На сколько процентов во втором магазине цена ниже, чем в первом?
26. Определите, какую массу картофеля (сырья) нужно взять для получения 120 кг полуфабриката, если потери при холодной обработке составляют 20 % массы сырья.
27. В двух бочках было воды поровну. Количество воды в первой бочке сначала уменьшили на 10 %, а затем увеличили на 10 %. Количество воды во второй бочке сначала увеличили на 10 %, а затем уменьшили на 10 %. В какой бочке стало больше воды?
28. Цена на бензин в первом квартале увеличилась на 20 %, а во втором – на 30 %. На сколько процентов увеличилась цена на бензин за два квартала?
29. Производительность труда на заводе снизилась на 20 %. На сколько процентов надо ее теперь повысить, чтобы достигнуть первоначальной?
30. Определите первоначальную стоимость продукт, если после подорожания на 120 %, 200 % и 100 % его конечная стоимость составила 264 руб.
31. Во время распродажи масляные краски для рисования стоимостью 213 руб. за коробку продавали на 19 % дешевле. Сколько примерно денег сэкономит художественная студия, если она купит партию в 150 коробок?
32. Комиссионный магазин продал сданную в продажу вещь со скидкой 12 % от первоначально назначенной цены и получил при этом 10 % прибыли. Сколько процентов прибыли первоначально предполагал получить магазин?
33. На весенней распродаже в одном магазине шарф стоимостью 350 руб. ценил на 40 %, а через неделю еще на 5 %. В другом магазине шарф такой же стоимости уценили сразу на 45 %. В каком магазине выгоднее купить шарф?
34. В Волгоградском автосалоне ВАЗ 21099 в 2002 г. стоил 180000 руб. В 2003 году спрос на этот автомобиль упал, и на него снизили цену на 30 %, а в 2004 г. марка опять пользуется успехом и новую цену подняли на 50 %. Сколько стоил автомобиль в 2004 г.? На сколько процентов изменилась цена по сравнению с первоначальной.
35. Занятия ребенка в танцевальном кружке родители оплачивают в сбербанке, внося ежемесячно 350 руб. Оплата должна производиться до 15 числа каждого месяца, после чего за каждый просроченный день начисляется пеня в размере 5 % от суммы оплаты занятий за один месяц. Сколько придется заплатить родителям, если они просрочат оплату на две недели?
36. В прошлом году Антон для оплаты своего обучения воспользовался кредитом сбербанка, взяв сумму 40000 руб. с обязательством возратить кредит (с учетом 20 % годовых) через 3 года. В этом году снижены процентные ставки для кредита на оплату обучения в образовательных учреждениях с 20 % до 19 % годовых. Поэтому у Бориса, последовавшего примеру брата, долг окажется меньше. На сколько?
37. Объем строительных работ увеличился на 80 %. На сколько процентов нужно увеличить число рабочих, если производительность труда будет увеличена на 20 %?
38. Рабочий в феврале увеличил производительность труда по сравнению с январем на 5 %, а в марте увеличил ее снова по сравнению с предыдущем месяцем на 10 %. Сколько деталей изготовил рабочий в марте, если в январе изготовил 200 деталей?
39. Имеются два сплава из цинка, меди и олова. Первый содержит 25 % цинка, второй – 50 % меди. Процентное содержание олова в первом сплаве в два раза больше, чем во втором. Сплавив 200 кг первого и 300 кг второго, получили сплав, где 28 % олова. Сколько же меди в этом новом сплаве?
40. Имеется два слитка, представляющие собой сплавы цинка с медью. Масса первого слитка 2 кг, масса второго – 3 кг. Эти два слитка сплавив вместе с 5 кг. сплава цинка с медью, в котором цинка было 46%, и получили сплав с медью, в котором цинка стало 50 %. Если бы процентное содержание цинка в первом слитке было бы равно процентному содержанию цинка во втором, а процентное содержание цинка во втором такое же, как в первом, то, сплавив эти два слитка с 5 кг сплава, в котором содержится 60 %

цинка, мы бы получили сплав, в котором цинка содержится 55 %. найдите процентное содержание цинка в первом и во втором сплавах.

41. Банк выплачивает вкладчикам каждый год 8 % от внесенной суммы. Клиент сделал вклад в размере 200000 руб. Какая сумма будет на его счете через 5 лет, через 10 лет?

42. Вкладчик открыл счет в банке, внося 2000 руб. на вклад, годовой доход по которому составляет 12 %, и решил в течение шести лет не брать процентные начисления. Какая сумма будет лежать на его счете через год, через два, через 6 лет?

43. Свежие грибы содержали по массе 90 % воды, а сухие 12 %. Сколько получится сухих грибов из 22 кг свежих?

44. Арбуз весил 20 кг и содержал 99 % воды, когда он немного усох, то стал содержать 98 % воды. Сколько теперь весит арбуз?

45. В референдуме приняли участие 60 % всех жителей одного из районов города N, имеющих право голоса. Сколько человек приняли участие в референдуме, если в районе около 180000 жителей, а право голоса имеют 81 %.

46. Банк «Вини-Пух и Пятачок» начисляет своим вкладчикам по 10 % ежемесячно. Иа сделал вклад в этот банк в размере 1,00 \$. Сколько денег он может снять со своего счета через два месяца?

47. В первой смене летнего лагеря отдыхали 550 школьников. Во второй смене число мальчиков сократилось на 4 %, а число девочек увеличилось на 4 %. Всего же во второй смене отдыхало 552 школьника. Сколько мальчиков отдыхало в первой смене?

48. При какой процентной ставке вклад на сумму 500 руб. возрастет за 6 месяцев до 650 руб.?

49. За несвоевременное выполнение обязательств по кредиту заемщик должен заплатить штраф за первый месяц просрочки 7 % от суммы кредита, за каждый следующий месяц просрочки 1000 руб. Какой процент составит пеня от суммы кредита 32000 руб.? Какой штраф заплатит заемщик при нарушении сроков оплаты за 3 месяца?

50. Имеется два слитка золота с серебром. Процентное содержание золота в первом слитке в 2,5 раза больше, чем процентное содержание золота во втором слитке. Если сплавить оба слитка вместе, то получится слиток, в котором будет 40 % золота. Найдите, во сколько раз первый слиток тяжелее второго, если известно, что при сплаве равных по весу частей первого и второго слитков получается сплав, в котором 35 % золота.

51. Кусок сплава меди и цинка массой 36 кг содержит 45 % меди. Сколько килограммов меди нужно добавить к этому куску, чтобы полученный новый сплав содержал 60 % меди?

52. Два слитка, один из которых содержит 35 % серебра, а другой 65 %, сплавляют и получают слиток массой 30 г, содержащий 47 % серебра. Какова масса каждого из этих слитков?